

ĐỀ SỐ 1

(Thời gian làm bài: 120 phút)

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

- 1) Rút gọn biểu thức A;
- 2) Tìm giá trị của A khi $x = 9$;
- 3) Tìm x để $A < \frac{1}{3}$.

Bài 2 (2,5 điểm)

a) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

b) Giải hệ phương trình: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 3 (1 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 9$.

- 1) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 1$.
- 2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=2R$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại M, N.

- 1) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp;
- 2) Chứng minh $\angle ENI = \angle EBI$ và $\angle MIN = 90^\circ$;
- 3) Chứng minh $AM \cdot BN = AI \cdot BI$;
- 4) Gọi F là điểm chính giữa cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho x, y là các số thực khác 0. Chứng minh rằng:
$$\frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 3$$

ĐỀ SỐ 2

(Thời gian làm bài: 120 phút)

Bài 1 (2,5 điểm)

- 1) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+2}}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- 2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{4}{\sqrt{x-4}} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x+2}}$ (với $x > 0, x \neq 16$).
- 3) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để $B(A - 1)$ là số nguyên.

Bài 2 (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Nếu hai người cùng làm chung một công việc thì trong $\frac{12}{5}$ giờ xong việc. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc nhanh hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Bài 3 (1,5 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^3 + \frac{x^3}{(x-1)^3} + \frac{3x^2}{x-1} - 2 = 0$
- 2) Cho phương trình: $x^2 - (4m-1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x).
Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:
 $x_1^2 + x_2^2 = 7$.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

- 1) Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp;
- 2) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$;
- 3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE=AM. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C;
- 4) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho P nằm cùng phía với C đối với đường thẳng AB và $\frac{AP.MB}{MA} = R$.
Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Bài 5 (0,5 điểm)

Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}.$$

ĐỀ SỐ 3

(Thời gian làm bài: 120 phút)

Bài 1 (2,5 điểm)

Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$

- 1) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x = 64$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{2}{3}$.

Bài 2 (2,0 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài 3 (2,0 điểm)

- 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $y(x-1) = x^2 + 2$
- 2) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$.
 - a) Với $m=1$, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (d) và (P).
 - b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, d không đi qua tâm O).

- 1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.
- 2) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$
Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB=4\text{cm}$, $AN=6\text{cm}$.
- 3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T.
Chứng minh $MT \parallel AC$.
- 4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài 5 (0,5 điểm)

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$.

Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$